

量子光学

第二讲

量子比特：状态、测量与调控

李梓民

中南大学物理学院

zimin.li@csu.edu.cn

课程网站: zimin.li/quantum-optics/

Shor算法：从整数分解到寻找周期

沿用第一讲的21：把寻找素因数转为先求周期。

找到周期

2^x 除以21的余数（从 $x = 0$ 开始）：
 $1, 2, 4, 8, 16, 11, 1, 2, \dots$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{r=6}$

由周期构造

取半个周期： $2^{r/2} = 2^3 = 8$ 。于是
 $8^2 - 1 = (8 - 1)(8 + 1) = 63 = 3 \times 21$

取最大公因数

$\gcd(7, 21) = 7, \quad \gcd(9, 21) = 3$
 $\gcd$ 表示最大公因数，由此得到 $21 = 3 \times 7$ 。

量子部分利用干涉获取周期信息；求最大公因数由经典计算完成。

从量子算法到量子比特

经典比特可用高、低电平表示0、1。量子计算用什么承载信息？

量子计算的基本信息单元称为量子比特 (qubit) 。使用它需要：

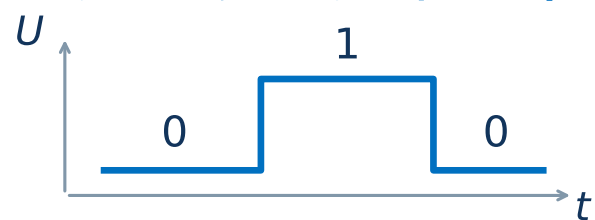
制备 准备一个起始状态。

调控 通过物理作用改变状态。

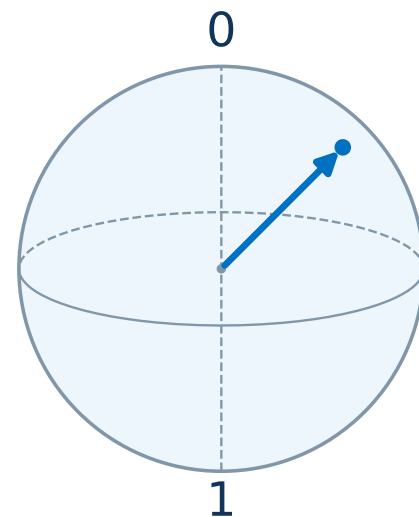
测量 选择测量方式，取得读出结果。

从一个光子的偏振开始，研究它怎样承载信息。

经典比特：高、低电平



量子比特：Bloch球

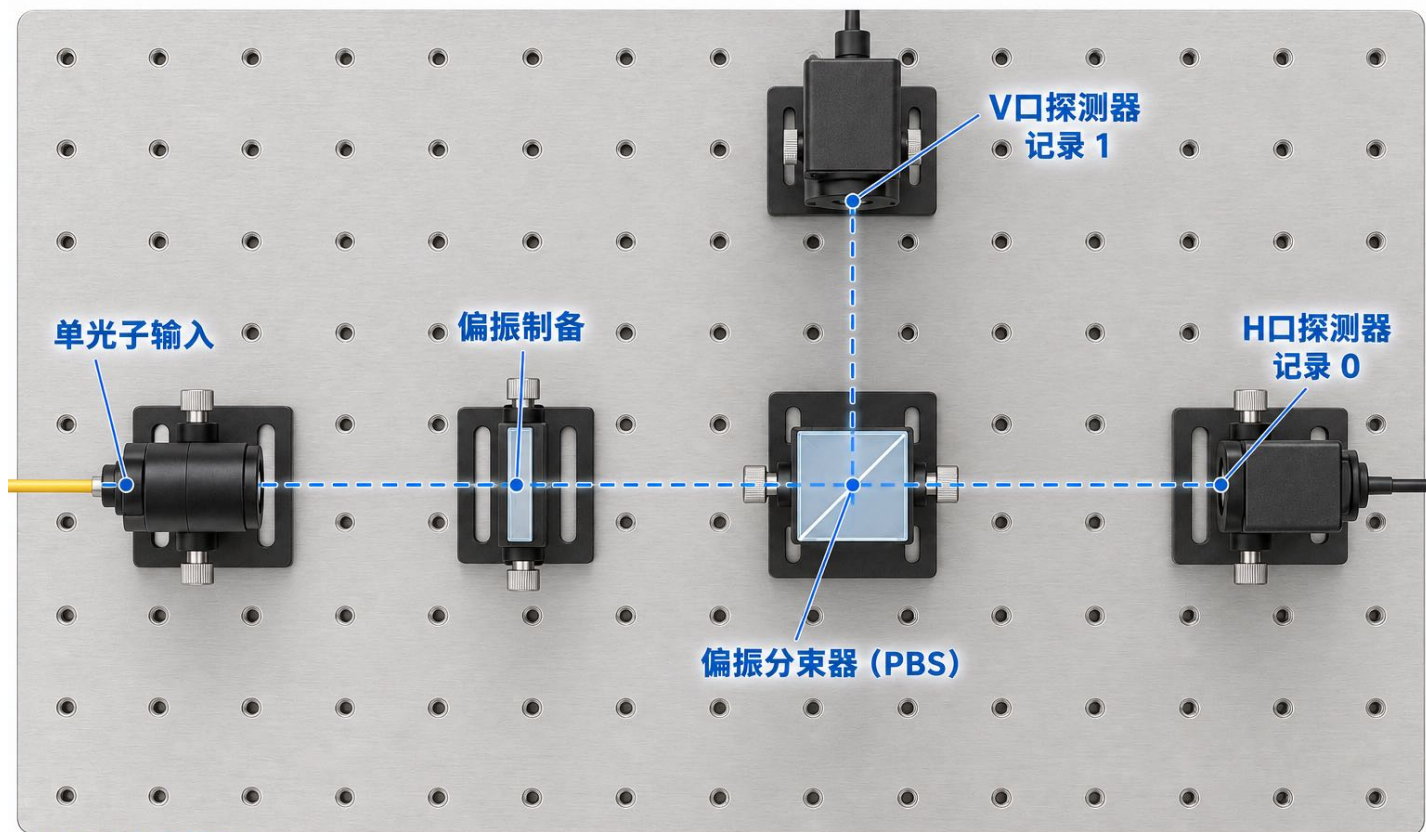


状态的几何表示

偏振编码：两个出口读出0和1

线偏振：电场沿固定直线振动。取两个垂直方向H、V，分别编码0、1。

单光子偏振：制备与读出



AI生成·俯视装置示意

怎样区分H、V?

偏振片：制备时称起偏器，分析时称检偏器。

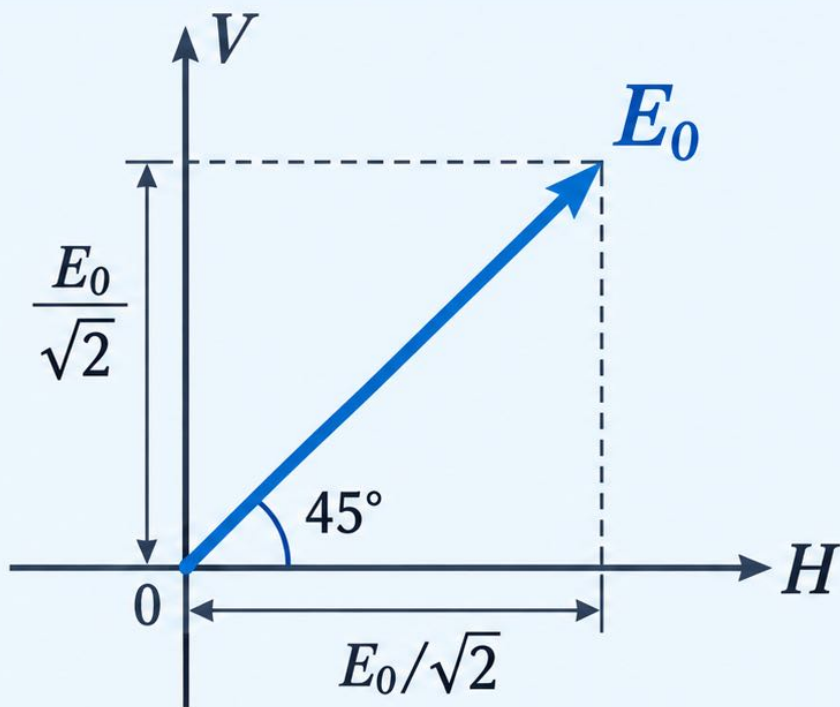
偏振分束器（PBS）分开H、V分量，由探测器记录。

这套装置称H/V分析器：理想时，H、V各到对应出口。

0、1都由光子承载。

45度偏振：先回顾电场投影

经典电场：幅度投影



每路光强：入射光强的一半

先投影，再算光强

马吕斯定律： θ 是入射偏振与透光轴的夹角。

$$I_t = I_{\text{in}} \cos^2 \theta$$

$$E_H = E_0 \cos 45^\circ = E_0 / \sqrt{2}$$

$$E_V = E_0 \sin 45^\circ = E_0 / \sqrt{2}$$

光强与电场幅度的模平方成正比。

$$I_H = I_V = I_{\text{in}} / 2$$

每次一个光子，“各半”出现在哪里？

六次记录：教学示例

次	1	2	3	4	5	6
H	●	○	●	●	○	○
V	○	●	○	○	●	●

●表示探测到光子；每列只有一个出口有记录。有限次数不必恰好各半。

从单次事件到长期比例

保持45度偏振，每次只送一个光子。

光子频率相同、能量相同，所以平均能量比例对应长期计数比例。

$$P(H) = P(V) = \frac{1}{2}$$

一次测量只得到一个结果；“各半”描述重复许多次的统计。

同样各半，输入真的相同吗？

H、V出口各半，输入光子可能处于什么偏振态？

A：每个光子都是45度偏振



每次都是同一种偏振

同样的输入重复许多次，H、V出口各半。

B：每次随机选H或V

两种输入各以一半的概率被选中。

H光子必到H口，V光子必到V口；汇总后同样各半。

每个光子进入装置前，已具有选定的H或V偏振。

A会不会也像B一样，事先已是H或V，只是我们不知道？

保持输入不变，改用45度分析

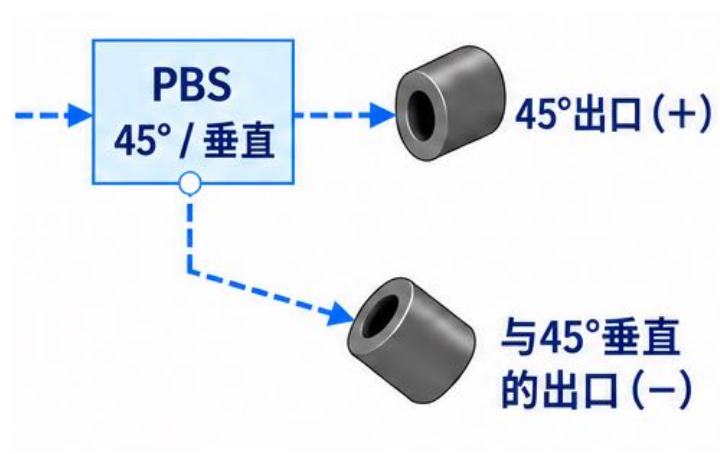
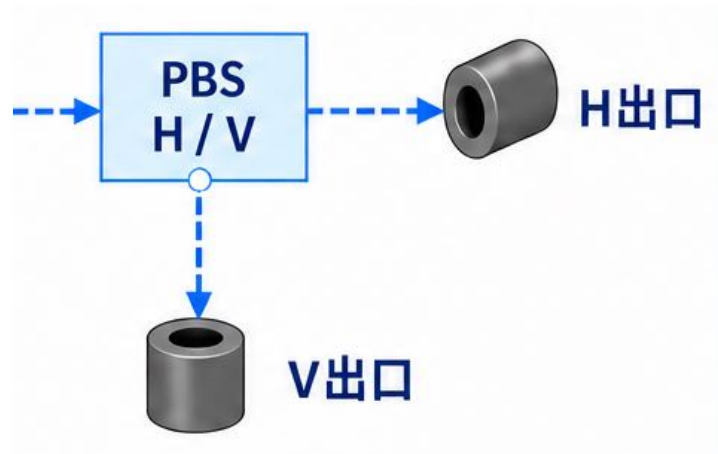
换测量方向后，A、B在两个出口的比例还会相同吗？

A：每次都是45度偏振

B：等概率随机输入H或V

原来：H/V分析

现在： 45° (+)、 -45° (-)



换测量方向，为什么需要量子态？

保持A、B的输入方式，只把分析器转到正、负45度方向。

换测量方向，比较两个出口

A：每次45度偏振，与+出口同向。

B：随机H/V，各自在新方向上等大投影。

预测	+ 出口	- 出口
A	100%	0
B	50%	50%

只写H/V概率，会遗漏什么？

$$P(H) = P(V) = \frac{1}{2}$$

这两个概率相同，换方向后的结果却不同，说明它们不足以描述状态。

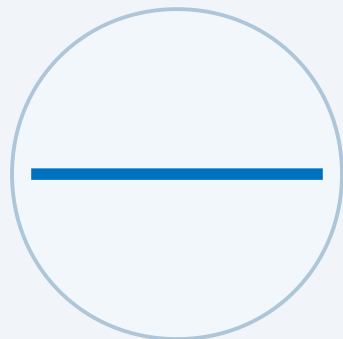
量子态用于预测：给定输入，再选择不同测量，会得到怎样的结果概率。

接下来用偏振分量，保留造成差别的信息。

用两个基矢表示偏振态

H、V两个基矢构成一组基底。右矢 (ket) 的两个坐标依次对应H、V。

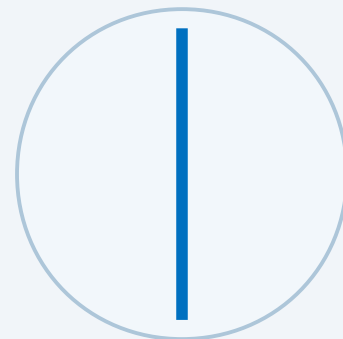
水平偏振



H方向

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

竖直偏振



V方向

$$|V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

两种对角偏振，区别在相对符号

能用一个态矢量完整描述的状态称为纯态。先写出熟悉的两种偏振：

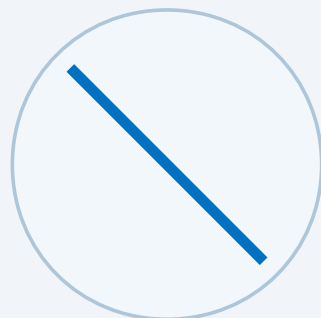
45度偏振：分量等大、同号



45度方向

$$|+\rangle = \frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

-45度偏振：分量等大、异号



与45度垂直

$$|-\rangle = \frac{|H\rangle - |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

+、-是两种态与对应出口的标签，展开式保留了分量的相对符号。

从具体偏振态读出概率幅

展开系数是概率幅；Born规则用其模平方给出出口概率。

$$|-\rangle = \frac{|H\rangle - |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

H出口	$a_H = \frac{1}{\sqrt{2}} \longrightarrow P(H) = a_H ^2 = \frac{1}{2}$
-----	---

V出口	$a_V = -\frac{1}{\sqrt{2}} \longrightarrow P(V) = a_V ^2 = \frac{1}{2}$
-----	--

$|+\rangle$ 的两项同号，H/V概率也各半；模平方消去了相对负号。

第一讲的 $\psi(x)$ 给出位置概率幅；这里用两个概率幅表示偏振。

归一化：从具体例子到一般态

H、V概率之和必须为1。一般纯态应当满足什么条件？

$$|\psi\rangle = \alpha|H\rangle + \beta|V\rangle$$

总概率为1

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

共同缩放系数，使模平方之和为1，称为归一化。

例：45度态

$$(1, 1) \longrightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

等大同号的关系不变；H、V概率各半，总和为1。

α, β 可以是复数；先用实数计算，后面解释相位的作用。

换测量方向，先求新的展开系数

输入不变，改用 + / - 测量：已知旧系数，怎样求新出口的概率幅？

$$|\psi\rangle = \alpha|H\rangle + \beta|V\rangle = a_+|+\rangle + a_-|-\rangle$$

先取实数：两个结果方向是正交单位向量，展开系数由投影求得。

+ 方向投影

$$a_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1) \cdot (\alpha, \beta) = \frac{\alpha + \beta}{\sqrt{2}}$$

- 方向投影

$$a_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1) \cdot (\alpha, \beta) = \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{2}}$$

点积都用H/V坐标；所得新系数取模平方，给出 $P(\pm) = |a_{\pm}|^2$ 。

复数概率幅怎样做内积？

允许复数概率幅。把所选出口标为 a ，在H/V基底中写出输入态与结果态：

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad |a\rangle = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

H出口取 $(u, v) = (1, 0)$ ，+ 出口取 $(u, v) = (1, 1)/\sqrt{2}$ 。

先共轭转置

$$\langle a| = (u^*, v^*)$$

得到左矢 (bra)；星号取复共轭，例如 $i^* = -i$ 。

再行乘列

$$\langle a|\psi\rangle = (u^*, v^*) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = u^* \alpha + v^* \beta$$

自身内积给出长度平方： $\langle \psi|\psi\rangle = |\alpha|^2 + |\beta|^2$ 。

Born规则：内积的模平方就是概率

输入态 $|\psi\rangle$ 已归一化；选择两个正交归一结果态作为测量基。

$$\langle a|a\rangle = \langle a_{\perp}|a_{\perp}\rangle = 1, \quad \langle a|a_{\perp}\rangle = 0$$

$\perp$ 标记另一个正交态。H/V、+/-是两组不同的测量基。

结果态

求内积：概率幅

取模平方：概率

$$|a\rangle$$

$$\langle a|\psi\rangle$$

$$P(a|\psi) = |\langle a|\psi\rangle|^2$$

$P(a|\psi)$ ：输入为 $|\psi\rangle$ 时，得到结果 a 的概率。

$$|a_{\perp}\rangle$$

$$\langle a_{\perp}|\psi\rangle$$

$$P(a_{\perp}|\psi) = |\langle a_{\perp}|\psi\rangle|^2$$

$$P(a|\psi) + P(a_{\perp}|\psi) = 1$$

算回两种输入，为什么结果不同？

用同一组 + / - 测量，算回A、B的差别。

A: 每次输入45度纯态

$$|+\rangle = \frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$a_+ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$a_- = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$P_A(+) = 1, \quad P_A(-) = 0$$

每项由输入系数乘出口投影得到。相干叠加先加概率幅，再取模平方。

B: 等概率随机输入H或V

$$P(\pm|H) = P(\pm|V) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} P_B(\pm) &= \frac{1}{2} P(\pm|H) + \frac{1}{2} P(\pm|V) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

不记录输入类别时，用混合态描述。

两种求和对象不同：同一光子的分量；不同次输入的类别。

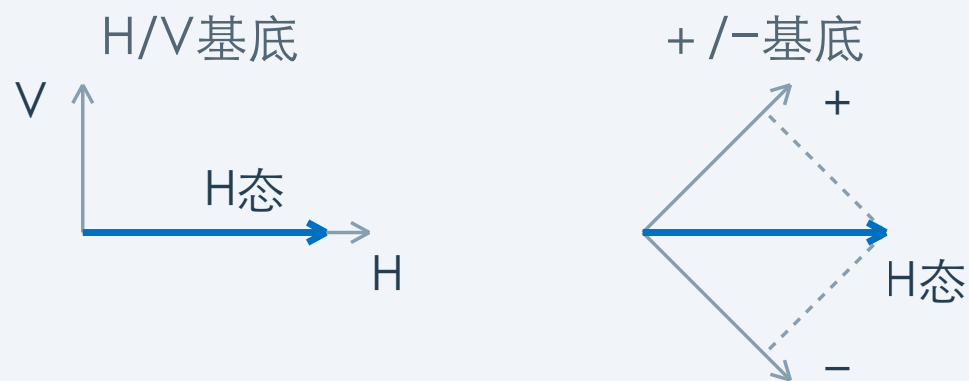
换一种写法，状态改变了吗？

换基：同一个H态的另一种展开

$$\begin{aligned} & \frac{|+\rangle + |-\rangle}{\sqrt{2}} \\ = & \frac{(|H\rangle + |V\rangle) + (|H\rangle - |V\rangle)}{2} \\ = & |H\rangle \end{aligned}$$

V项相消，光子仍是H偏振。

换坐标，蓝色H态不变



纸上换基：改写同一个态，装置不变。

转动分析器改变测量；改变入射偏振才改变输入态。

现在能区分两种“各半”了吗？

A: 每次输入45度偏振

分别求H口、45度口的概率。

用一个内积解释45度口的结果。

B: 等概率随机输入H或V

同样计算两个出口的概率。

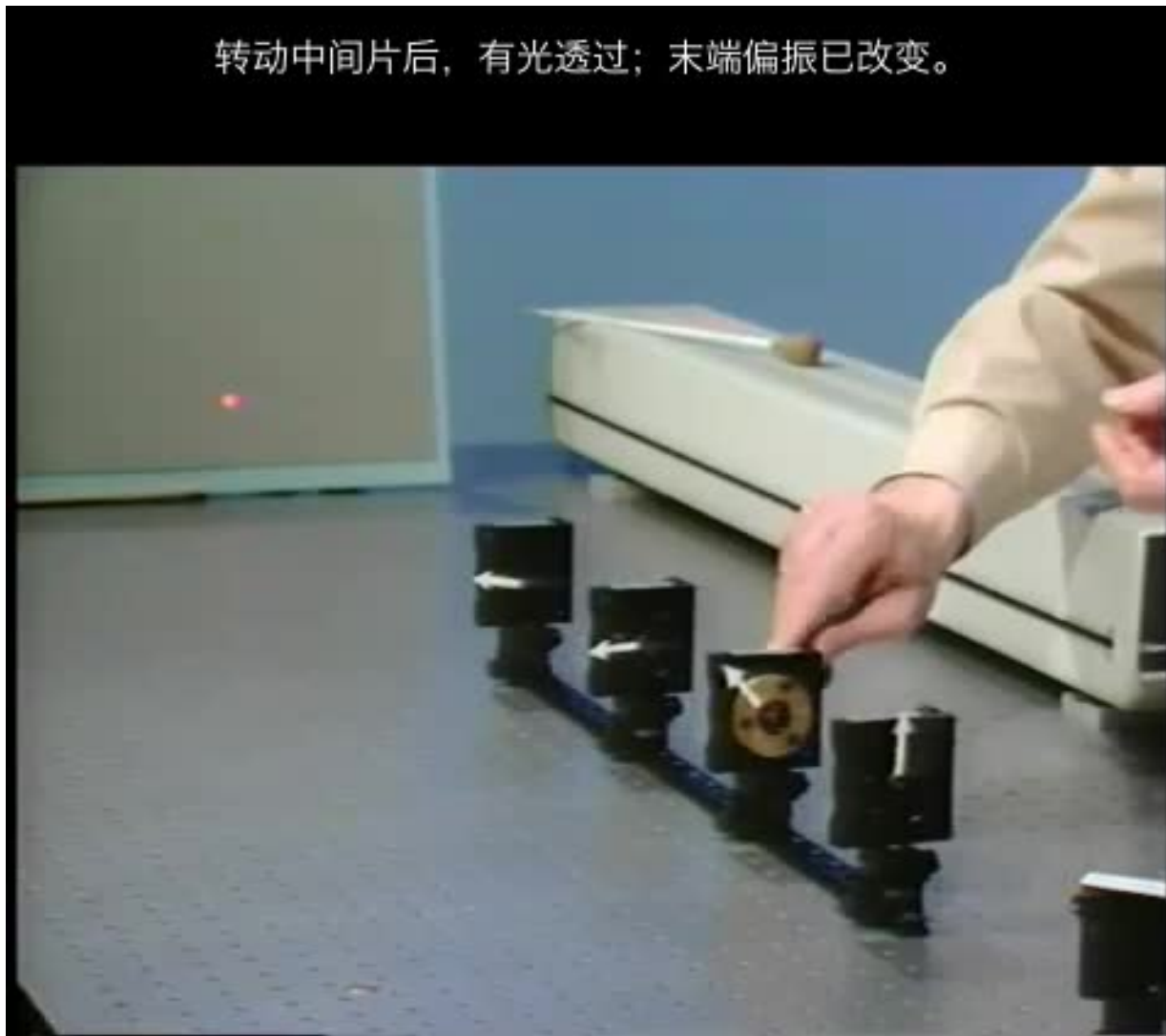
哪组测量能区分A与B，为什么？

测量结果	A	B
H出口	$1/2$	$1/2$
45度出口	1	$1/2$

相同的单组统计不等于相同状态；换基测量揭示两者区别。

三块偏振片：观察透过光的变化

转动中间片后，有光透过；末端偏振已改变。

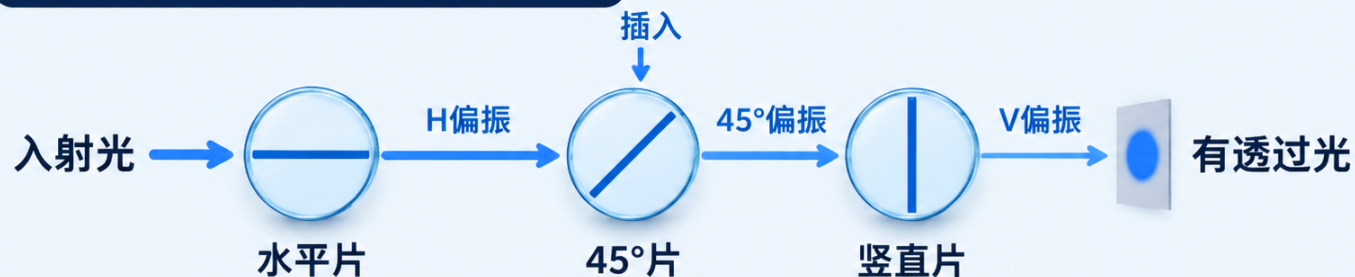


回顾马吕斯定律，找出后续输入

两块偏振片：不透光



中间插入45°片：重新透光



圆内短线表示透光轴；箭头表示光的传播方向。

逐片计算透过光强

$$I_{\text{out}}/I_{\text{in}} = \cos^2 \theta$$

θ 是入射偏振与透光轴的夹角。

I_H ：第一块H片后的光强。

$$\begin{aligned} I_{\text{final}} &= I_H \cos^2 45^\circ \cos^2 45^\circ \\ &= I_H/4 \end{aligned}$$

逐步用马吕斯定律时，每一步都使用上一片透过光的偏振方向。

连续透过： 每一步从当前态出发

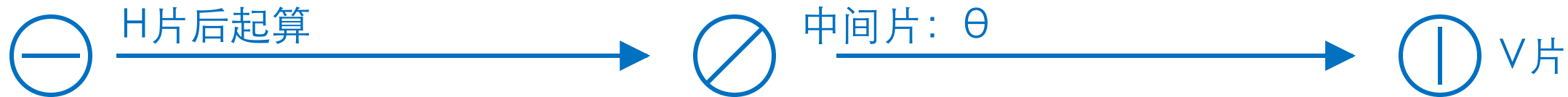
透过态沿当前片透光轴； 每步以上一步保留的光子为输入。



位置	此时的偏振态	本步条件概率	光子数（期望）
最初	$ H\rangle$	—	1000
通过45度片	$ +\rangle$	$P(+ H) = 1/2$	1000 → 500
再通过V片	$ V\rangle$	$P(V +) = 1/2$	500 → 250

$$P(+, V|H) = P(+|H)P(V|+) = \frac{1}{4}$$

转动中间片，透过概率怎样变化？



中间片透光轴与H夹角为 θ

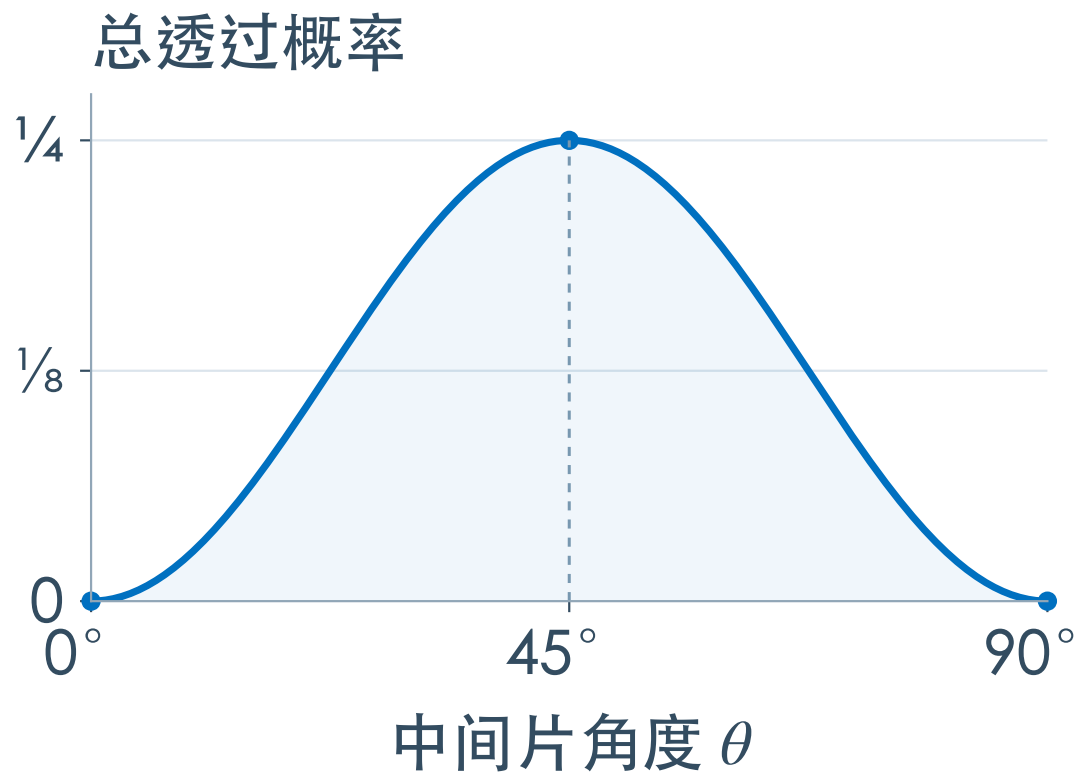
$$|\theta\rangle = \cos\theta|H\rangle + \sin\theta|V\rangle$$

$$P(\theta|H) = \cos^2\theta$$

$$P(V|\theta) = \sin^2\theta$$

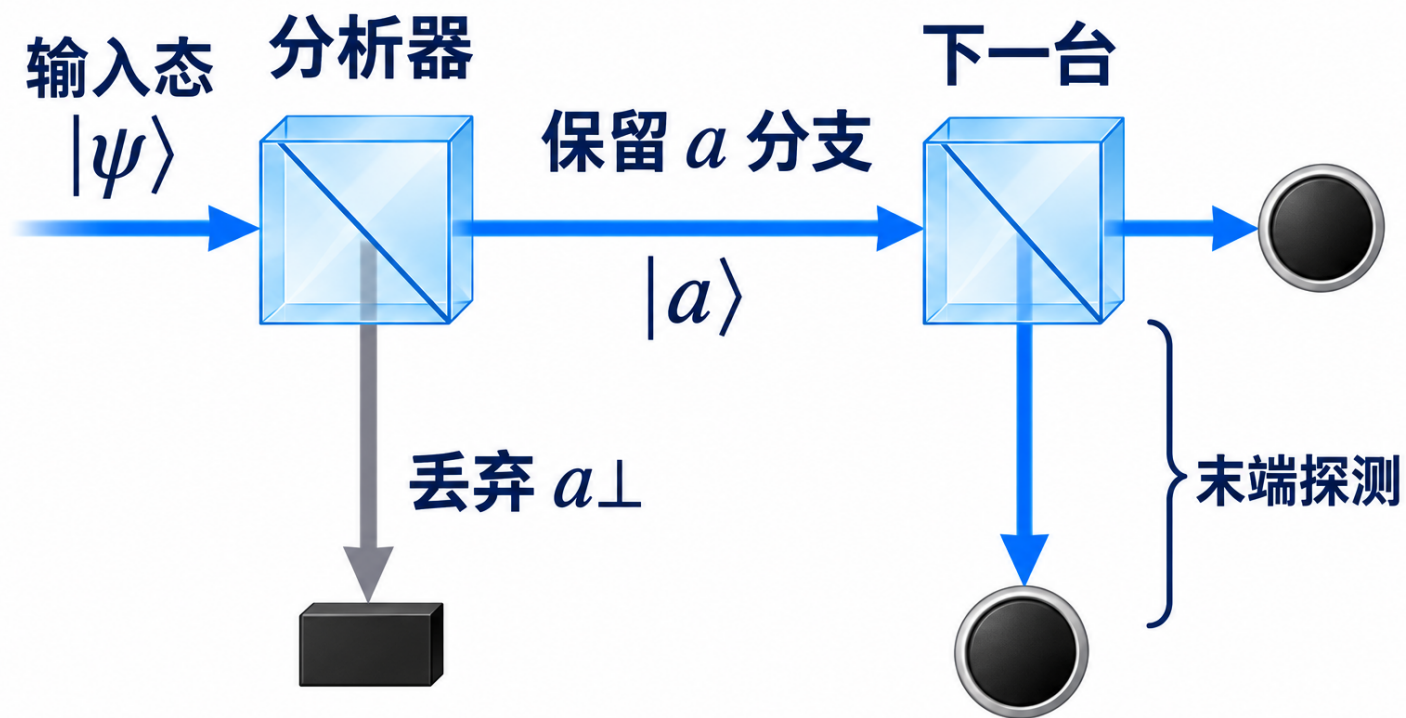
$$\begin{aligned} P(\theta, V|H) &= P(\theta|H)P(V|\theta) \\ &= \cos^2\theta \sin^2\theta \end{aligned}$$

若先过V片，H光已全被挡住，再加中间片也无光可透。



45度时25%；0度、90度时为零。

保留一个结果，下一步用什么态？



选定结果，更新状态

$$p_a = |\langle a | \psi \rangle|^2$$

只保留非零概率的 a 分支：

$$|\psi\rangle \longrightarrow |a\rangle$$

理想投影测量的条件态更新，也称投影或坍缩规则。

再测同一方向： $|\langle a | a \rangle|^2 = 1$ 。

保留分支继续传播，末端探测器记录结果。

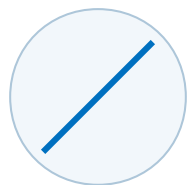
从筛选状态，走向无损调控

偏振片已能调控状态：筛选出目标偏振，但会吸收或丢弃一部分光子。

能否保留光子，同时完成给定的状态转换？

输入：45度偏振

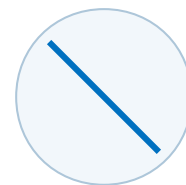
$$|+\rangle = \frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}}$$



→

目标：-45度偏振

$$|-\rangle = \frac{|H\rangle - |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

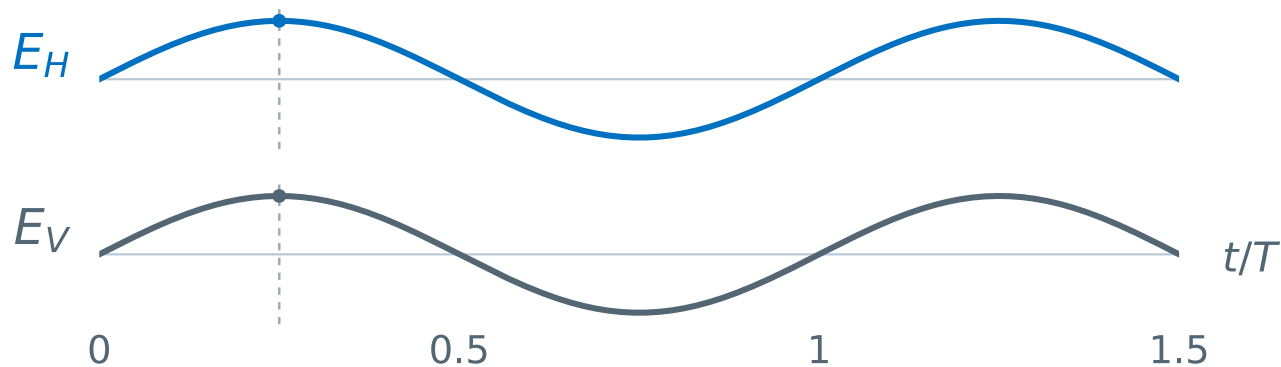


比较两式：H、V分量大小不变，只需让V相对H变号。

怎样用一个光学元件实现这个相对负号？

怎样让一个分量相对另一个变号？

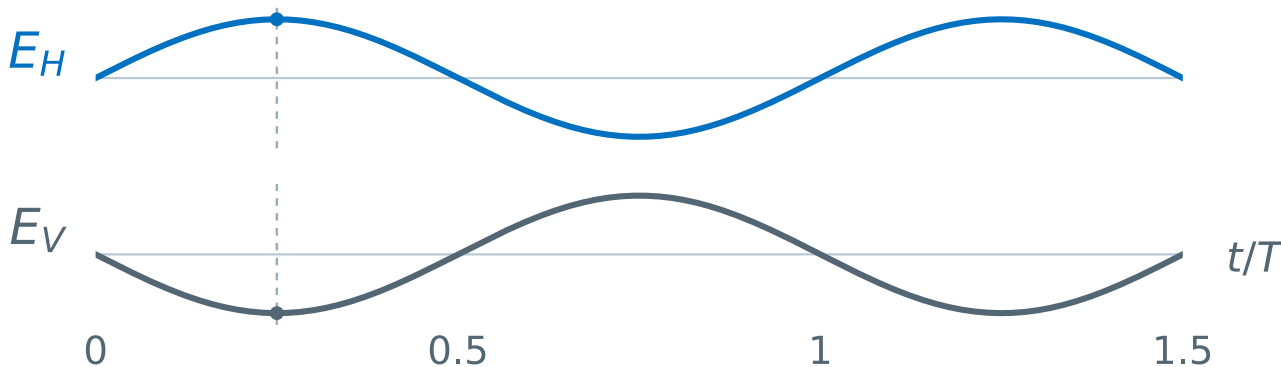
固定位置的H、V电场随时间变化； T 为周期。



输入：两分量同相

等幅同相，合成45度偏振。

$$|+\rangle = \frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}}$$



输出：V延迟半周期

振幅不变，V相对H变号，得到-45度偏振。

$$|-\rangle = \frac{|H\rangle - |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

不同光程，积累不同相位

仍输入 $|+\rangle = (|H\rangle + |V\rangle)/\sqrt{2}$ 。双折射：H、V折射率不同，积累相位不同。

光程与相位

$$\delta_H = \frac{2\pi n_H L}{\lambda_0}, \quad \delta_V = \frac{2\pi n_V L}{\lambda_0}$$

L ：厚度； λ_0 ：真空波长。乘上 $e^{i\delta}$ 保持分量模长。

写出输出态

$$|\psi_{\text{out}}\rangle = \frac{e^{i\delta_H}|H\rangle + e^{i\delta_V}|V\rangle}{\sqrt{2}}$$

记V相对H的相位为 $\phi = \delta_V - \delta_H$ 。

提取共同因子

$$|\psi_{\text{out}}\rangle = e^{i\delta_H} \frac{|H\rangle + e^{i\phi}|V\rangle}{\sqrt{2}}$$

为什么共同的相位因子可以省略？

共同因子 $e^{i\delta_H}$ 称为整体相位。它对任意出口的概率有什么影响？

$$|\langle a | e^{i\delta_H} \psi \rangle|^2 = |e^{i\delta_H}|^2 |\langle a | \psi \rangle|^2 = |\langle a | \psi \rangle|^2$$

两个分量同时变号

$$-|+\rangle = \frac{-|H\rangle - |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

整体乘上-1，相对关系仍同号；测对角偏振仍全部进+口。

只让V分量变号

$$|-\rangle = \frac{|H\rangle - |V\rangle}{\sqrt{2}}$$

相对关系变为异号；测对角偏振全部进-口。

整体相位不改变任何结果概率；相对相位能够改变读出。

相位差为 π ：实现状态转换

省略整体相位后，用理想无损元件完成给定的+态到-态转换。

$$|\psi_\phi\rangle = \frac{|H\rangle + e^{i\phi}|V\rangle}{\sqrt{2}}$$

调到相位差 π $\phi = \pi \Rightarrow e^{i\phi} = -1 \Rightarrow |\psi_\pi\rangle = |-\rangle$

用H/V检验? $P(H) = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}, \quad P(V) = \left| \frac{e^{i\phi}}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2}$

H/V概率始终各半，无法确认这次转换；还可以用哪个方向测量？

换到对角偏振基，检验状态转换

检验 $|\psi_\phi\rangle = (|H\rangle + e^{i\phi}|V\rangle)/\sqrt{2}$ ，改用 $+/-$ 测量。

测量基： $|\pm\rangle = (|H\rangle \pm |V\rangle)/\sqrt{2}$ ；概率幅为 $a_\pm = \langle \pm | \psi_\phi \rangle$ 。

相加概率幅

$$a_+ = \frac{1 + e^{i\phi}}{2}, \quad a_- = \frac{1 - e^{i\phi}}{2}$$

+ 口的两个贡献分别是 $1/2$ 与 $e^{i\phi}/2$ 。

取模平方

$$|1 + e^{i\phi}|^2 = (1 + e^{i\phi})(1 + e^{-i\phi}) = 2 + 2 \cos \phi$$

两个出口

$$P(+)=\frac{1+\cos\phi}{2}, \quad P(-)=\frac{1-\cos\phi}{2}$$

$\phi = 0$: + 口确定； $\phi = \pi$: - 口确定，由此检验状态转换。

调节相位，比较叠加与混合

输入保持等大H/V分量，调节相对相位；每种测量使用新样本。

$$|\psi_\phi\rangle = (|H\rangle + e^{i\phi}|V\rangle)/\sqrt{2}$$

输入	H/V测量	正、负45度测量
相干叠加，相位0	各半	100% / 0%
相干叠加，相位 $\pi/2$	各半	50% / 50%
相干叠加，相位 π	各半	0% / 100%
随机H/V混合，任意相位	各半	始终50% / 50%

相干叠加先加概率幅；随机混合按输入类别加权求概率。

从偏振认出量子比特

用H、V构成编码基

$$|H\rangle \equiv |0\rangle, \quad |V\rangle \equiv |1\rangle$$

两个基矢张成带内积的二维复向量空间，称为希尔伯特空间。

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

纯态保留幅度大小和相对相位。

二维空间中，可以有許多态

前面的两种对角偏振仍在这个空间中：

$$|\pm\rangle = \frac{|0\rangle \pm |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

“二维”指两个复数坐标；量子比特也可处于混合态。

一次测量只给一个结果；确定状态需要不同测量基下的重复统计。

别的系统若能提供两态空间，能否沿用这些计算？

自旋怎样提供两个编码态？

自旋是粒子的内禀角动量。以电子为例，沿选定的z方向测量：

确定得到正结果的态



$$|z+\rangle \longrightarrow +\frac{\hbar}{2}$$

记为编码态 $|0\rangle$ ，沿z读出必为正。

确定得到负结果的态



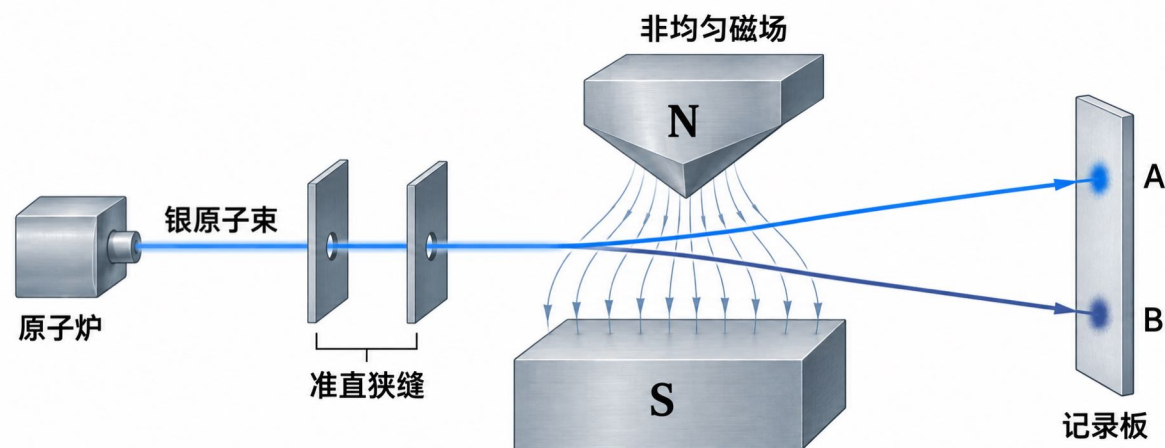
$$|z-\rangle \longrightarrow -\frac{\hbar}{2}$$

记为编码态 $|1\rangle$ ，沿z读出必为负。

$\hbar = h/(2\pi)$ 。两个结果态提供另一组正交编码基。

让内部性质变成可观察的输出

怎样把内部的自旋性质，转成可记录的不同输出？



磁场把内部性质关联到路径

Stern-Gerlach (SG) 装置用非均匀磁场，使不同磁矩分量产生不同偏转。银原子的主要磁矩来自未配对电子的自旋；这里采用理想自旋二分之一模型。记录板上观察两束分裂。连续分析时，让选中的一束进入下一台装置。

SG z 、SG x 分别表示沿 z 、 x 方向的理想自旋分析器。

怎样找到x方向的结果态？

输入为 $|z+\rangle$ ，改测x方向会得到什么？先要找出x方向的结果态。

用算符定义确定结果态

自旋分量是可观测量，用算符表示；选定基底后写成矩阵。

$$\hat{S}_n |n\pm\rangle = \pm \frac{\hbar}{2} |n\pm\rangle$$

n ：测量方向。

本征态： 测量有确定结果的态。

本征值： 这个确定的测量值。

自旋模型给出矩阵

$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

z基底： $|z+\rangle = (1, 0)^T$ ， $|z-\rangle = (0, 1)^T$ ； T 表示转置为列矢量。

求出x结果态，再算测量概率

在z基底中求x测量的结果态，再检验输入 $|z+\rangle$ 。

解本征方程

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} = \pm \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

正值要求 $v = u$ ，负值要求 $v = -u$ 。

归一化结果态

$$|x\pm\rangle = \frac{|z+\rangle \pm |z-\rangle}{\sqrt{2}}$$

计算两个概率

$$\langle x \pm | z + \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow P(x \pm | z +) = \frac{1}{2}$$

装置轴x、z垂直，但 $\langle z+ | x+ \rangle \neq 0$ ；态正交指内积为零，如 $\langle z+ | z- \rangle = 0$ 。

中途保留x正支，再测z会怎样？

每行从1000个 $|z+\rangle$ 粒子出发，比较三种测量安排。

测量安排	末台正出口	末台负出口
直接测z	1000	0
改测x	500	500
保留x正支，再测z	250	250

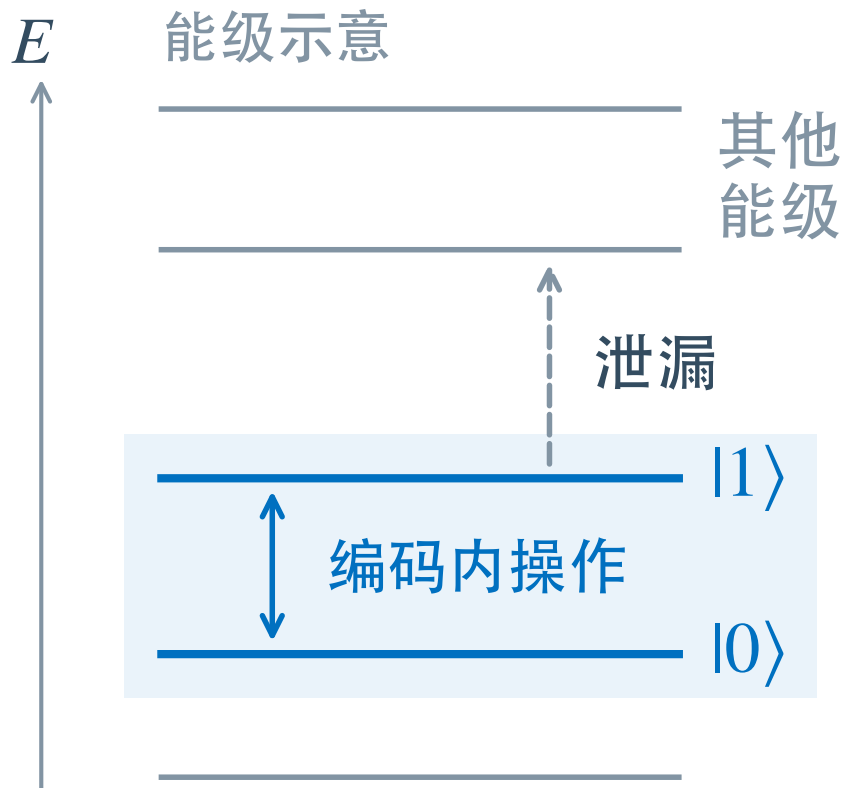
$$P(x+|z+) = \frac{1}{2}, \quad P(z\pm|x+) = \frac{1}{2}$$

末台每路占保留样本一半，占初始样本四分之一。

计数为理论期望值。中途保留x正支后，下一步从该条件态出发。

原子有许多能级，怎样选两个作编码？

完整原子有许多能级，编码只选其中两个正交内部态。



蓝色：编码态；灰色：其他能级。

选定两态，限制操作范围

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

这两个态应当可制备、可控制、可区分。

进入编码之外的态，称为**泄漏**；两态模型需要控制它的影响。

“有效自旋二分之一”指二维结构，不要求真实角动量为二分之一。

电路也能具有量子能级吗？

2025年诺贝尔物理学奖



约翰·克拉克
John Clarke



米歇尔·德沃雷
Michel H. Devoret



约翰·马丁尼斯
John M. Martinis

1984—1985年的实验

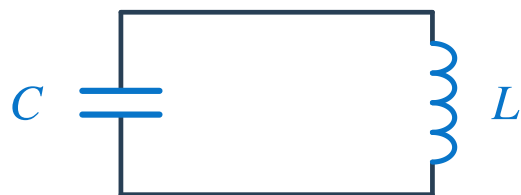
在电路中发现**宏观量子隧穿**与**能量量子化**。

电路的集体自由度也能表现出量子行为。

接下来：设计电路，让两个能级成为可操控的量子比特。

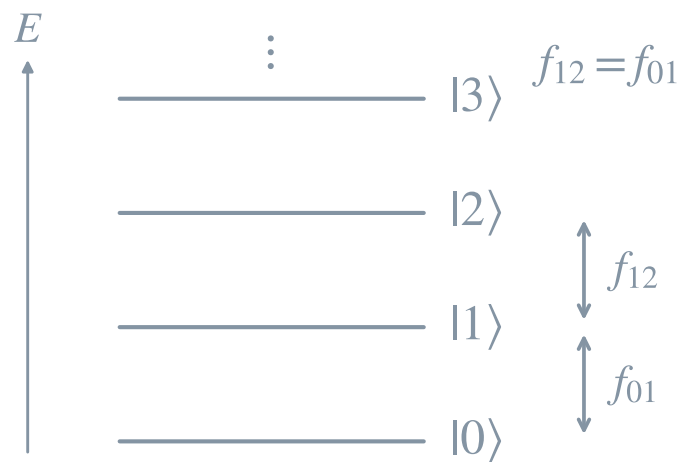
从LC振荡到非简谐能级，再选两级

LC 电路：简谐振子



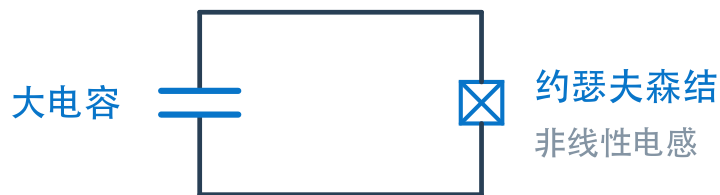
量子化

等间隔能级



同一频率也能激发更高跃迁

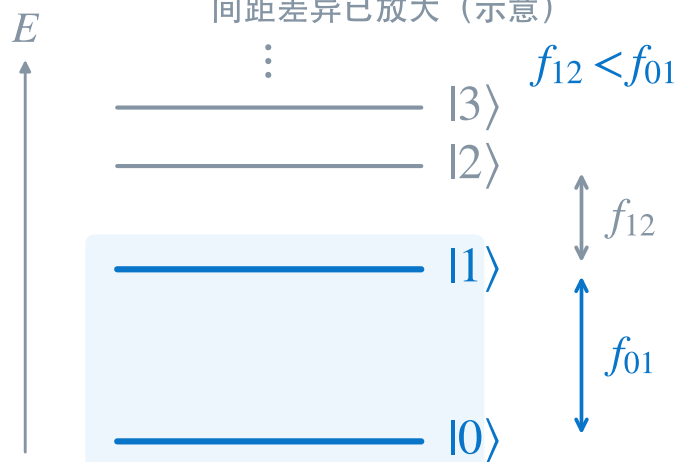
transmon：非简谐振子



量子化

不等间隔能级

间距差异已放大 (示意)



选作量子比特

怎样只控制两级？

LC振子：能级等间隔，同一频率也会激发更高跃迁。

约瑟夫森结：两个超导体隔着薄绝缘层，提供非线性电感。

结与大电容：构成 transmon，相邻跃迁频率不同，可主要驱动最低两级。

不同载体，共用哪些规则？

回到Shor算法：信息由什么承载，怎样操作和读取？

载体	编码态
光子偏振	H、V
自旋二分之一	z正态、z负态
原子／离子	选定的两个内部态
transmon	最低两个能级

共同的计算语言

制备： 确定初始状态。

操作： 求出后续状态。

测量： 指定结果态并求内积。

$$P(a|\psi) = |\langle a|\psi\rangle|^2$$

共同基础是可操控的二维子空间，编码态不必有不同能量。

本讲主线：一个光子怎样成为量子比特？

回到Shor算法的物理基础：用什么承载信息，又怎样操作和读取？

用什么承载？ 用光子的H、V偏振编码0、1；通过制备确定输入，用分析器读出。

怎样预测？ 同样的H/V各半，换方向后却可不同。用量子态描述输入，再由测量方式计算结果概率。

怎样操作？ 筛选保留一个分支，调节相对相位也能改变状态。
先确定后续态，再预测下一次测量，并用实验检验。

能否推广？ 偏振、自旋，以及原子和电路中选定的两态，都可提供可操控的二维量子子空间。

下一讲：给定目标态，怎样选择控制作用及其持续时间？

