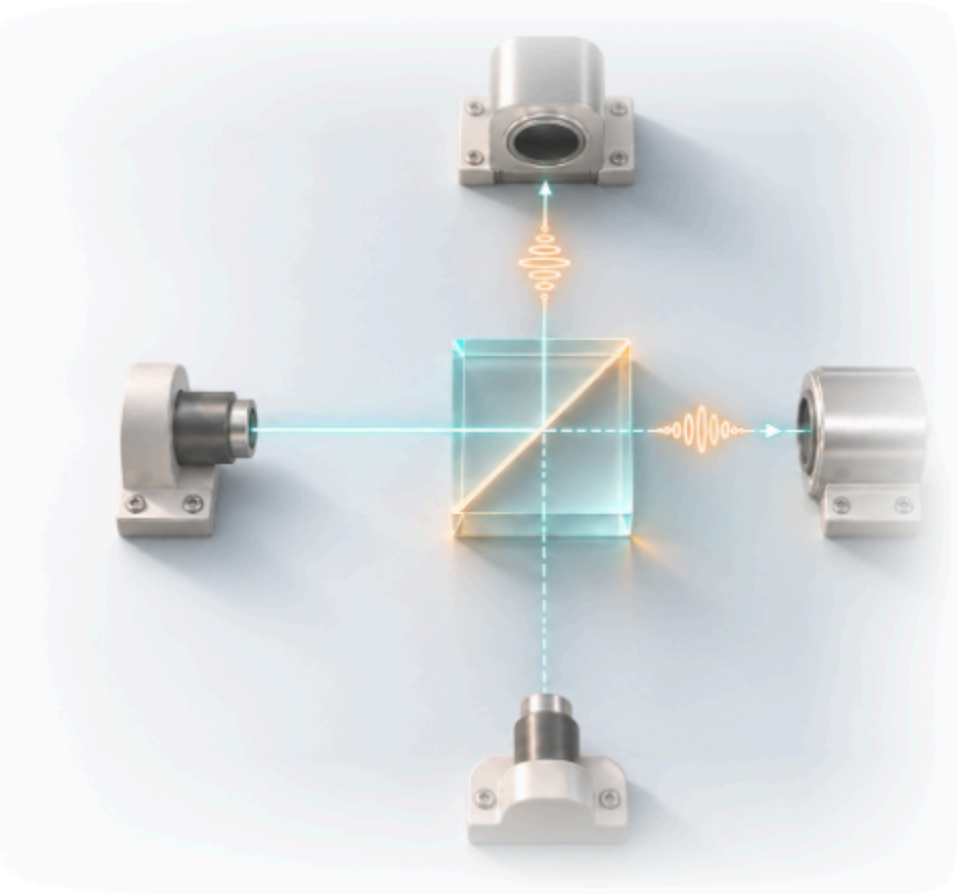
量子光学导论 · 第九讲

光子关联与双光子干涉

同一套装置，两种物理机制

李梓民 · 中南大学物理学院

zimin.li@csu.edu.cn



中南大學 CENTRAL SOUTH UNIVERSITY

本讲导读

01 比较一样亮的光

把两束光分别接入同一装置。亮度相同，探测记录仍可能不同。

02 数两路同时出现的信号

数两只探测器同时有信号的次数，判断它们是否比偶然碰上更常见。

03 比较两次探测的时间间隔

热光更容易接连被探测；单个原子发光后，需要再次激发。

04 从两侧各送入一个光子

两个光子从分束器两侧进入，条件合适时，会一起从同一端离开。

05 错开两个光子的到达时间

两个光子到达得越不同步，从两个输出端分开离开的机会越大。

06 两路没有同时响的两种原因

两路没有同时响，可能是只输入一个光子，也可能是双光子干涉。

目录

CONTENTS

01　从光子数统计走向探测信号
02　从符合计数到二阶关联
03　聚束与反聚束的物理图像
04　HOM双光子干涉
05　HOM凹陷与不可区分性
06　HBT与HOM的比较

两束光一样亮，探测器留下的记录也会一样吗?

同样的平均光子数，不同的光子数涨落

回顾第八讲：比较三种平均光子数都为1的理想单模光场。

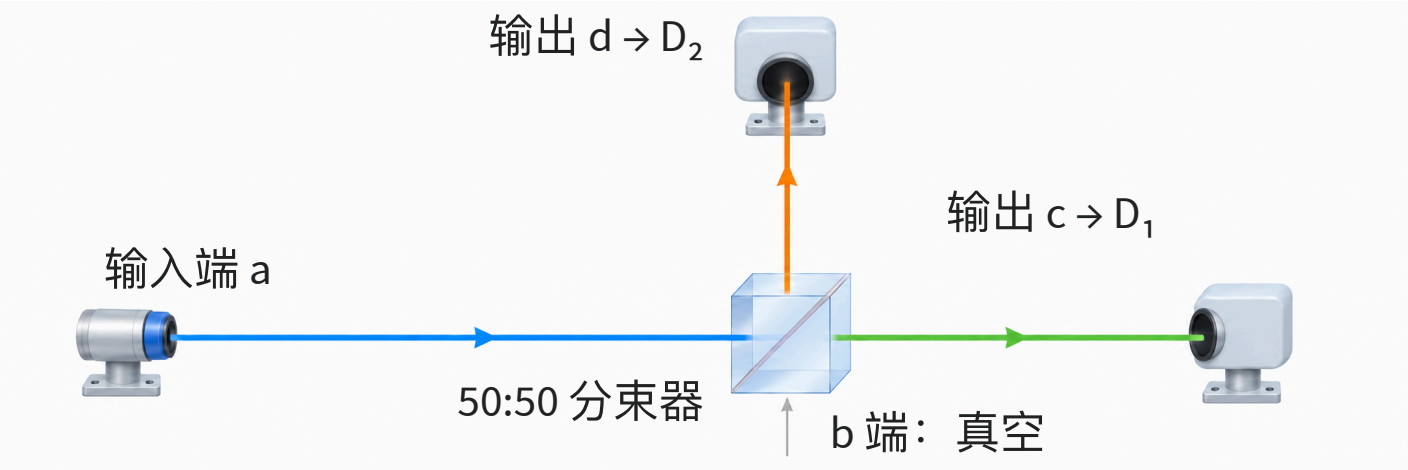
光场	光子数方差	每次测量的特点
单光子态 $\|1\rangle$	0	每次恰好一个光子
相干态	$\bar{n} = 1$	Poisson随机涨落
单模热态	$\bar{n} + \bar{n}^2 = 2$	光子数涨落更强

> **平均光强相同，光子数统计仍可不同。**

怎样从探测器实际记录的信号中，看出这些差别?

从光子到探测器的记录

> 光子探测器探测到光子时，输出一个短电脉冲。记录一个脉冲，称为一次**探测事件**，也称一次**计数**。



50:50分束器：单光子从 a 端输入、b 端为真空时，以相同概率到达 c 或 d 输出端。

本讲的开关型探测器，在每个短时间窗只记录**有信号 / 无信号**；一个或多个光子均可能触发一次信号。

思考题1：两只探测器会同时有信号吗?

每次输入一个光子，另一输入端为真空。理想50:50分束器的两输出端各放一只理想探测器。

两路同时记录到信号的概率是多少?

> 光子到达每个输出端的概率均为 $1/2$。

A $1/4$，把两路各自的概率相乘。

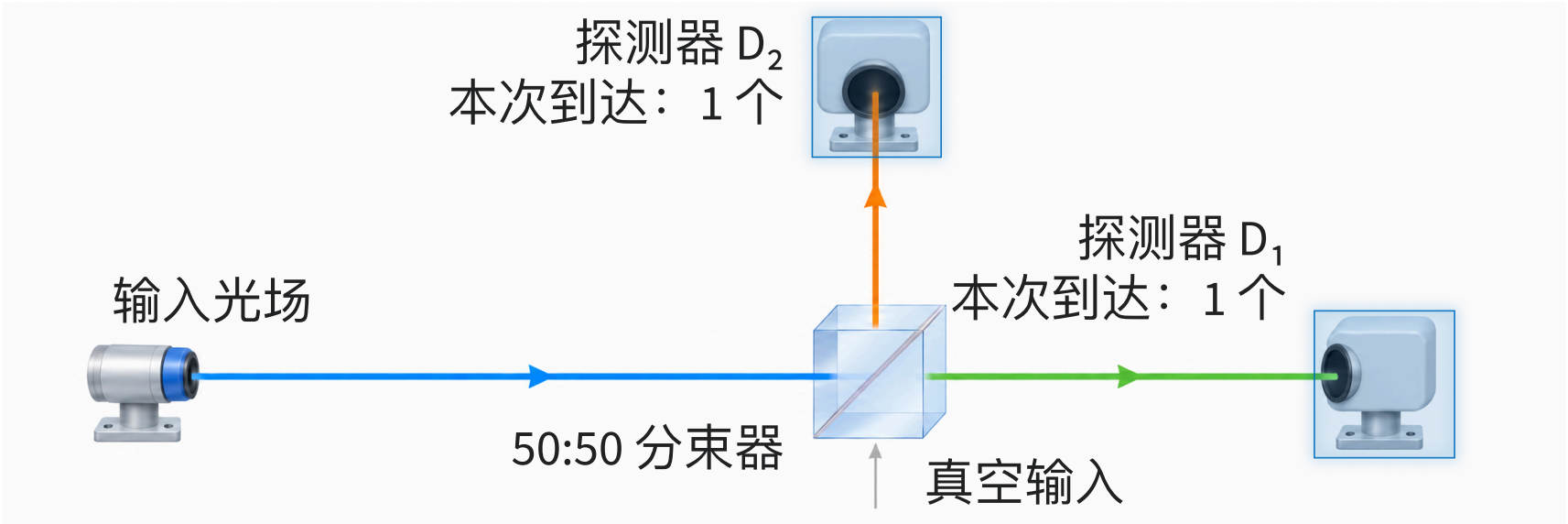
B 0，一次只有一个光子可被探测。

C $1/2$，光子可能从任一端离开。

B。一个光子触发一侧理想探测器，两路探测事件互斥。

发送单光子与双光子，比较探测记录

理想50:50分束器；一个或两个光子从同一输入端进入，另一端为真空。



输入1个光子

同端输入2个光子

重复20次双光子

清空记录

总试次	20
两只探测器都有信号	13
双光子试次中该比例	65.0%

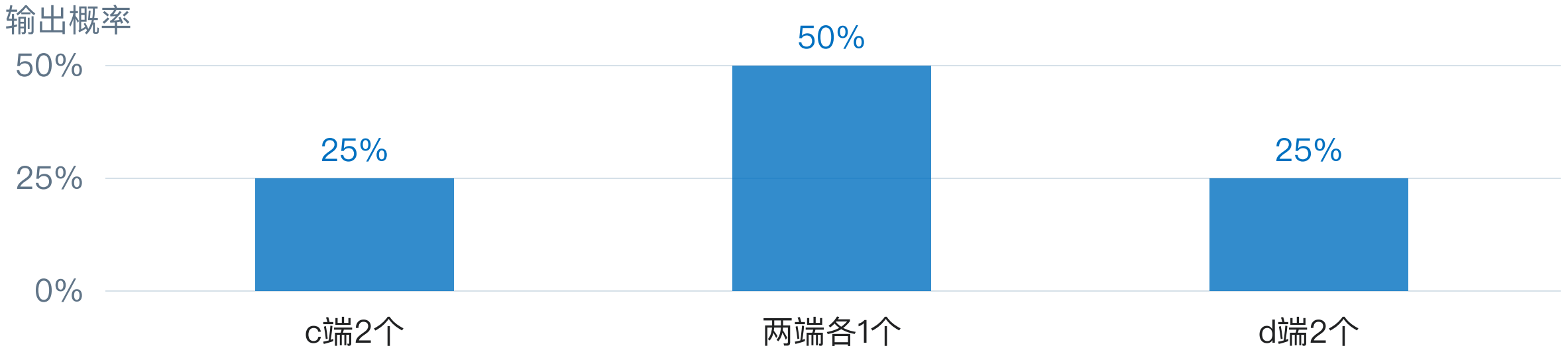
已增加20次；最后一次：两只探测器都有信号。

先比较单光子与双光子输入。图示到达光子数；开关型探测器只报告有 / 无信号。

同一输入端的两个光子，有一半机会分开

用 $|n_a, n_b\rangle_{ab}$ 依次记录两个输入端的光子数。

固定输入 $|2, 0\rangle_{ab}$：a 端两个光子，b 端真空。理想50:50分束器对此输入的预测如下。



两个输出端各一个光子的概率为 $1/2$，两只探测器都会有信号。

同端双光子分束的输出态

输入 $|2,0\rangle_{ab} = (a^\dagger)^2|0,0\rangle/\sqrt{2}$，取 $a^\dagger \to (c^\dagger + d^\dagger)/\sqrt{2}$。

不同输出模式的产生算符对易，两交叉项合为 $2c^\dagger d^\dagger$。

$$
\begin{aligned}
|2,0\rangle_{ab} &\to \frac{(c^\dagger + d^\dagger)^2}{2\sqrt{2}}|0,0\rangle \\
&= \frac{1}{2}|2,0\rangle_{cd} + \frac{1}{\sqrt{2}}|1,1\rangle_{cd} + \frac{1}{2}|0,2\rangle_{cd}.
\end{aligned}
$$

> **各项概率为 $1/4,\ 1/2,\ 1/4$，总和为1。**

这里的两光子来自同一个输入端；后半讲将改变这一条件。

Hanbury Brown–Twiss（HBT）实验

待测光源接入分束器，另一输入端为真空，两输出仍接D_1、D_2。

两只探测器按**同一组短时间窗**记录：有信号记1，无信号记0。
示例中，同一列对应同一时间窗。

记录	窗口1	窗口2	窗口3	窗口4	窗口5	窗口6	窗口7	窗口8
D_1	**1**	0	**1**	0	**1**	**1**	0	**1**
D_2	0	**1**	**1**	0	0	**1**	**1**	0

单路计数： 分别数每行有信号的窗口，D_1有5次，D_2有4次。

符合计数： 数两只都有信号的窗口。窗口3、6满足，共2次。

用同一装置比较两种光源

先把光源A接入分束器，用D_1、D_2记录；再换成同样亮的B。保持装置和窗长不变，每个光源测1000个窗口。下面是示例记录。

记录项目	光源A	光源B
D_1单路计数	200次	200次
D_2单路计数	200次	200次

先判断： 仅凭这些单路计数，能分辨光源A和B吗?

再比较符合计数	光源A	光源B
同一窗内两只都有信号	10次	80次

单路计数无法区分这两组记录，符合计数显示了它们的统计差别。

目录

CONTENTS

01　从光子数统计走向探测信号
02　从符合计数到二阶关联
03　聚束与反聚束的物理图像
04　HOM双光子干涉
05　HOM凹陷与不可区分性
06　HBT与HOM的比较

实际符合次数，要与什么基准比较?

思考题2：独立随机事件的符合基准

1000个等长窗口；
两路各有200次信号。
假设两路事件相互独立，平均预期符合多少次?

> 独立事件满足 $P_{12} = P_1 P_2$；
> 每路产生信号的概率均为 0.2。

A 0次

B 20次

C 40次

D 200次

> C。$1000 \times 0.2 \times 0.2 = 40$ 次。有限样本的实际次数会有波动。

把实际符合次数除以独立预期

单路计数不同，独立预期也不同；比较实际符合是各自独立预期的多少倍。

在 N 个窗口中，单路信号数为 N_1, N_2，符合数为 N_{12}。
各路概率 $P_1 = N_1/N$、$P_2 = N_2/N$；双路概率 $P_{12} = N_{12}/N$。

$$R = \frac{P_{12}}{P_1 P_2} = \frac{N\,N_{12}}{N_1 N_2}.$$

例：1000个窗口，两路各200次信号，独立预期为40次。

实际符合数	归一化比值 R	相对独立基准
10次	$0.25 < 1$	符合偏少
40次	1	符合相当
80次	$2 > 1$	符合偏多

思考题3：符合更多，关联就更强吗?

换一组记录，每束光各测1000个等长窗口。哪种判断正确?

光源	每路有信号	双路符合
A	100次	20次
B	200次	40次

比较相对独立基准：

$$R = \frac{N\,N_{12}}{N_1 N_2}.$$

A B关联更强，因为符合次数更多。

B 关联相同，因为各项次数都加倍。

C A的比值为2，B的比值为1。

C。A的独立基准为10次，B为40次；A的相对增强更明显。

零延迟二阶关联

前面用 R 比较实际符合与独立预期。要用它描述光本身的关联，需满足两个测量条件。

弱探测

对有贡献的光子数，单个光子的记录概率须足够低，使同一路同一窗内多个光子合并计数的影响可忽略。

时间窗足够短

两路使用同一组时间窗。窗短到关联在窗内几乎不变。

满足上述条件，符合比值近似给出**零延迟二阶关联**：

$$g^{(2)}(0) \simeq R = \frac{P_{12}}{P_1 P_2}.$$

“2”：比较两个探测事件；“0”：比较几乎同时发生的事件。

二阶关联与光子对数

从同一端输入波包相同的**单模脉冲**，光子数 n 随脉冲变化。固定分束器、探测器和短窗；每个光子在两路被记录的概率为 p_1, p_2，不随 n 改变。

给 D_1 选一个：n 种　$\longrightarrow$　给 D_2 选另一个：$n-1$ 种

共有 $n(n-1)$ 种配对。 固定 n 时，两颗不同光子的分束与记录按独立过程计算，每对概率为 $p_1 p_2$。

弱探测下，先对光子数取平均，记 $\bar{n} = \langle n \rangle > 0$：

$$P_1 \simeq \bar{n} p_1, \qquad P_2 \simeq \bar{n} p_2, \qquad P_{12} \simeq \langle n(n-1) \rangle p_1 p_2.$$

$$\frac{P_{12}}{P_1 P_2} \simeq \frac{\langle n(n-1) \rangle p_1 p_2}{\bar{n}^2 p_1 p_2} = \frac{\langle n(n-1) \rangle}{\bar{n}^2} = g^{(2)}(0).$$

> **单光子脉冲：$n = 1$，没有可配对的光子，因此 $g^{(2)}(0) = 0$。**

由光子数方差计算三种光场的二阶关联

由第八讲的方差定义，先改写分子：

$$\langle n(n-1)\rangle = (\Delta n)^2 + \bar{n}^2 - \bar{n}.$$

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{(\Delta n)^2 - \bar{n}}{\bar{n}^2}.$$

光场	光子数方差	零延迟关联	物理含义
单光子态 $\lvert 1\rangle$	0	0	没有可符合的光子对
相干态	$\bar{n}$	1	等于独立随机基准
单模热态	$\bar{n} + \bar{n}^2$	2	符合相对增强

现在改看持续发光的光源：相近时刻的事件为何增强或受抑制，关联又能保持多久？

目录

CONTENTS

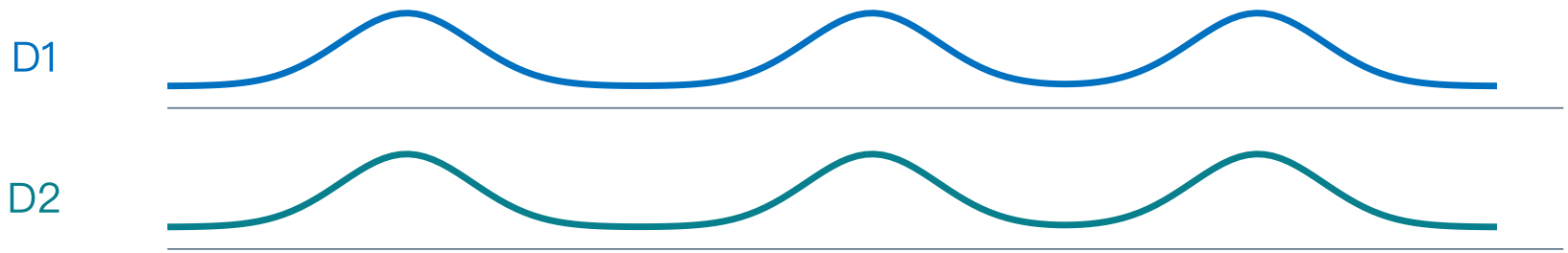
01　从光子数统计走向探测信号
02　从符合计数到二阶关联
03　聚束与反聚束的物理图像
04　HOM双光子干涉
05　HOM凹陷与不可区分性
06　HBT与HOM的比较

为什么有些光的探测事件集中出现，有些则需要等待?

光子聚束

光子聚束：探测到一个光子后，短时间内再次探测到光子的机会高于相隔很久时。

以热光为例：光强随时间起伏，分束后的两路一起变亮、变暗。

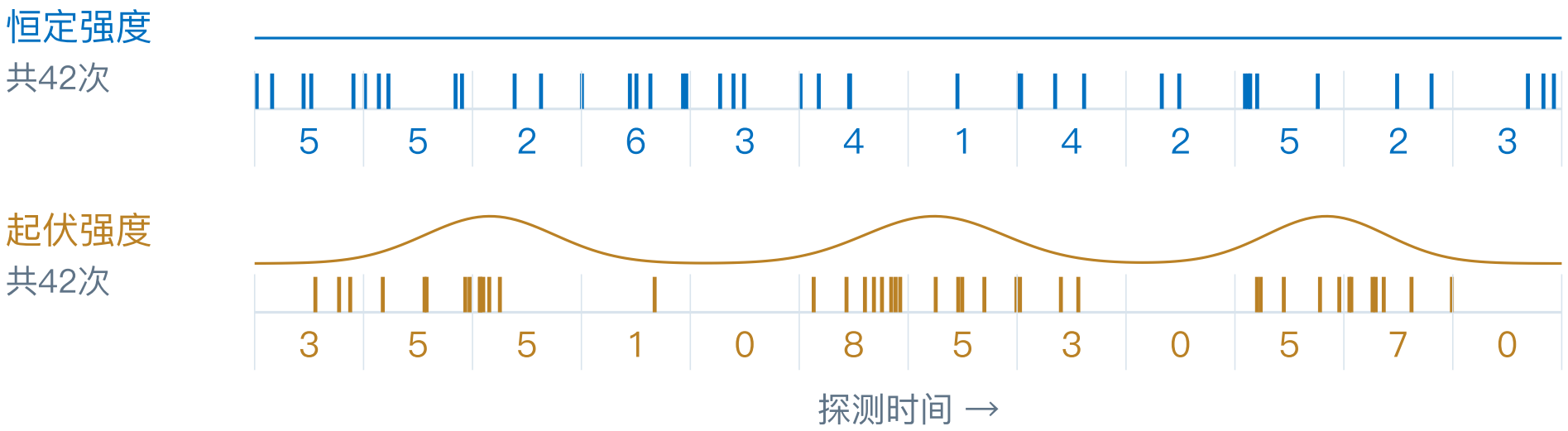


同一光源的明暗起伏，共同改变两路探测机会

探测到光子，更可能正处在明亮时段。亮度起伏持续一段时间，因此紧接着再探测到光子的机会也较高。

观察探测事件在时间上的分布

示例记录：两种强度条件，各42次探测、观察时长相同。每条竖线代表一次探测。



分成12个等长时段，格下为探测次数

重新抽样　恢复示例

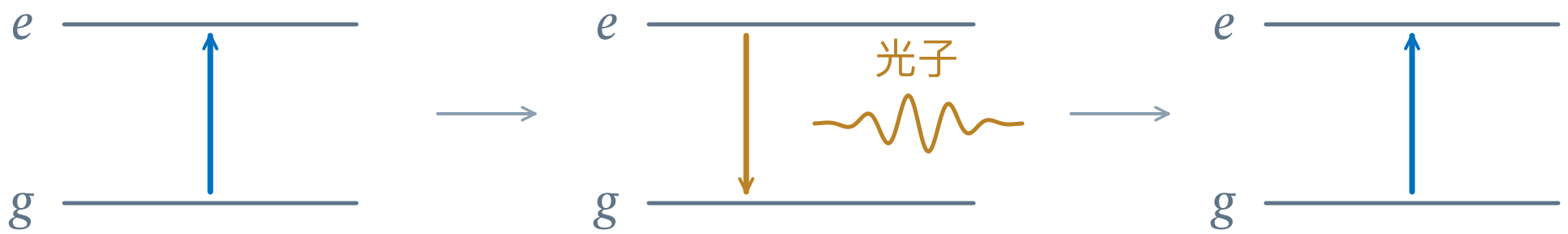
曲线表示设定的光强；固定总计数，按光强分布抽样探测时刻。

强度起伏使探测机会随时间改变。
多次记录中，明亮时段的平均计数更多，暗淡时段更少。

光子反聚束

与聚束相反，**光子反聚束**表现为：探测到一个光子后，短时间内再次探测到光子的机会低于相隔很久时。

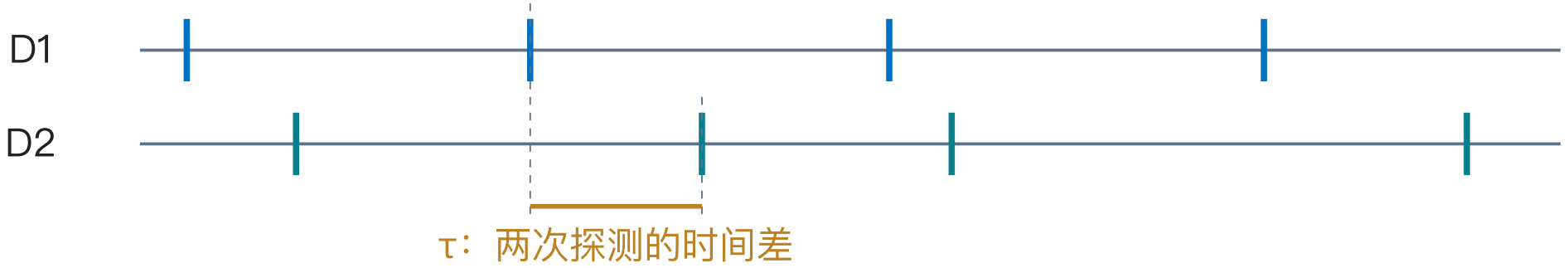
以持续受激发的单个原子为例（g 为基态，e 为激发态）：



原子发光后回到基态，需再次激发才能再发光。这段等待抑制了短时间内接连发光，形成反聚束。

延迟二阶关联

两次探测相隔多久，仍有统计关联？用两路事件的时间差 τ 来比较。



把 D_2 的计数窗口相对 D_1 平移 τ，统计两窗都有信号的符合次数。沿用弱探测、短时间窗条件，将它除以独立预期，得到 $g^{(2)}(\tau)$。

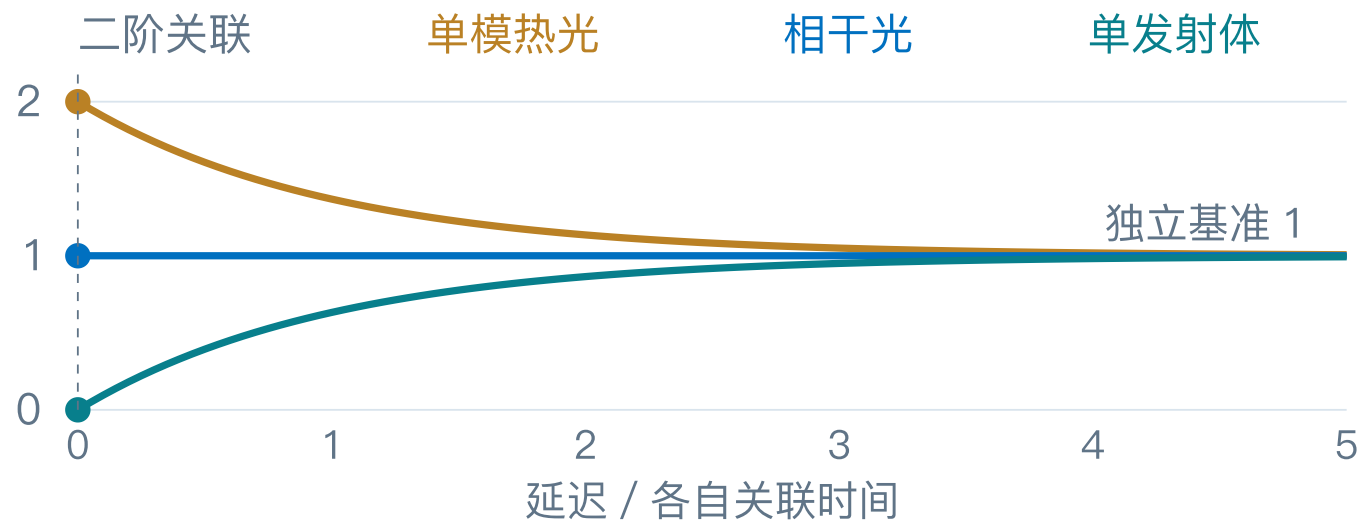
短延迟

聚束使再次探测的机会增加；
反聚束使再次探测的机会减少。

长延迟

相隔远超光源的关联时间后，两次探测趋于独立，$g^{(2)}(\tau) \to 1$。

聚束与反聚束的时间关联曲线



纵轴：二阶关联，独立基准为1。

横轴的1：各光源自身的一个关联时间。

延迟 / 关联时间 **0.00**

零延迟　长延迟

单模热光	相干光	单发射体
2.00	**1.00**	**0.00**

示意模型：单模热光；单发射体忽略背景光、按单指数恢复。

相对于独立基准1：热光在零延迟附近形成峰，单发射体形成谷。 延迟增大后两者趋近1；相干光始终保持1。

思考题4：热光为什么出现聚束?

光场	零延迟关联
理想单模热光	高于独立基准

哪种解释符合刚才的物理图像?

A 热光中的光子彼此吸引。

B 每个光子在分束器处裂成两半。

C 光强起伏使两路信号更易在明亮时段共同出现。

C。两路共享同一光源的明暗起伏，因此探测事件有正关联。

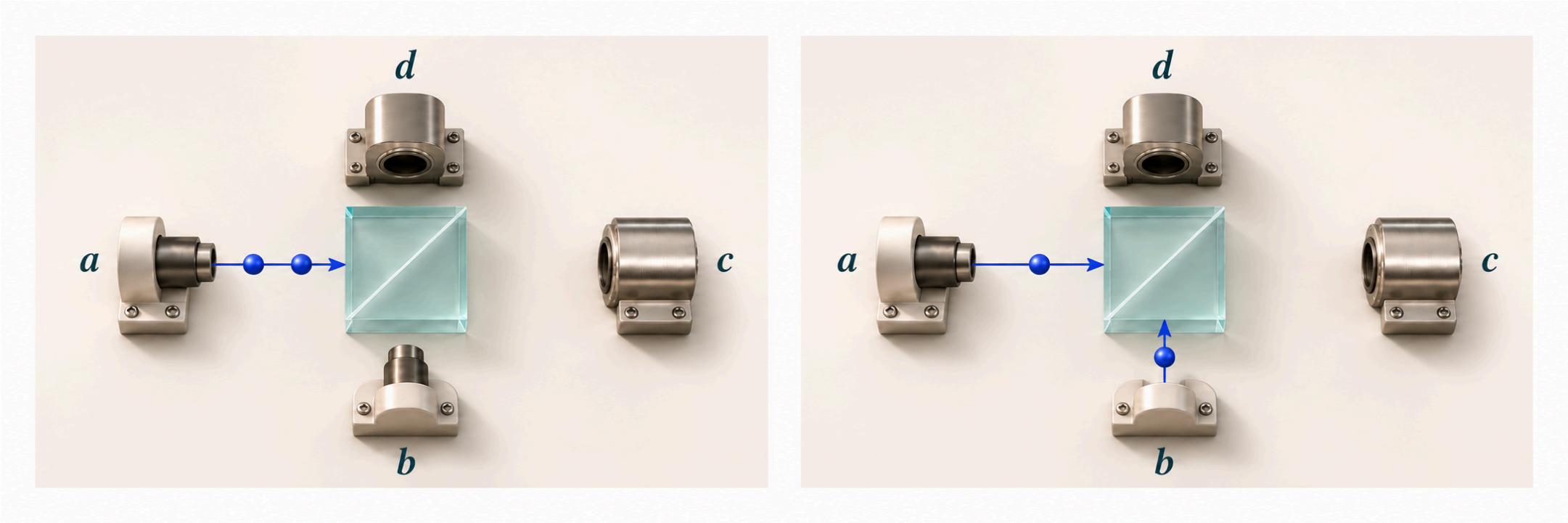
目录

CONTENTS

01　从光子数统计走向探测信号
02　从符合计数到二阶关联
03　聚束与反聚束的物理图像
04　HOM双光子干涉
05　HOM凹陷与不可区分性
06　HBT与HOM的比较

Hong–Ou–Mandel（HOM）实验：保留装置，改为两端各输入一个光子。

两个光子从同一端输入，或从两端分别输入



同端输入 $|2,0\rangle_{ab}$

两输出端各一个的概率为 $1/2$。

双端输入 $|1,1\rangle_{ab}$

两个数字依次为 a、b 端的光子数。

思考题5：先建立独立粒子的预测

两个独立的经典粒子分别从两输入端进入。每个粒子各有 $1/2$ 概率透射或反射。

符合概率是多少?

> 两个都透射，或两个都反射，均会在两输出端各留下一个粒子。

A 0

B $1/4$

C $1/2$

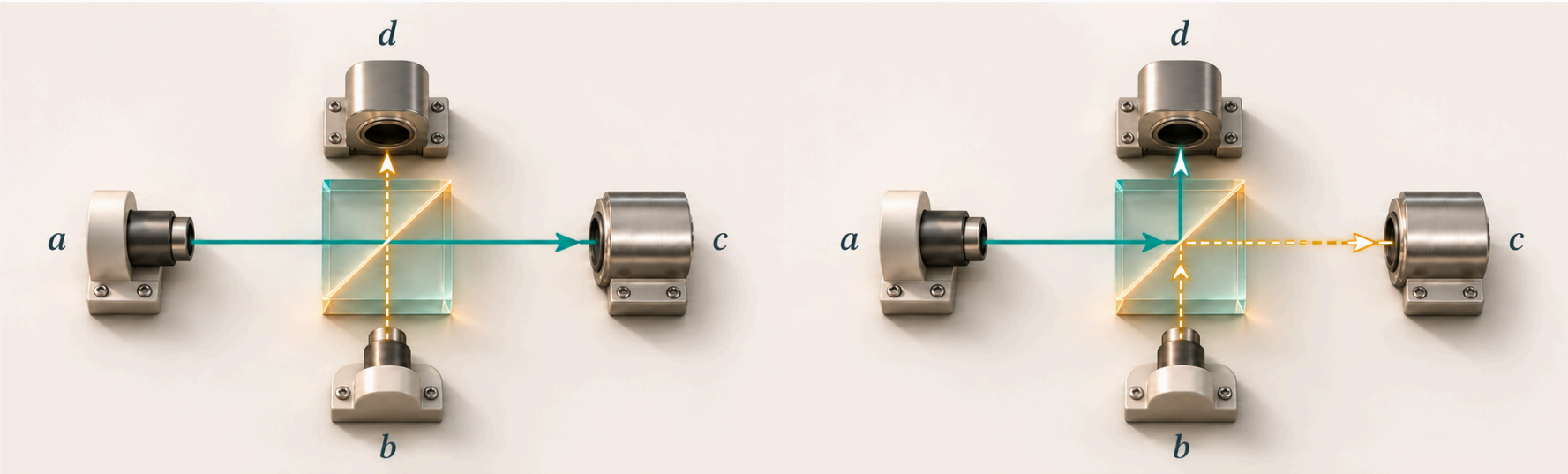
D 1

C。两种过程各有概率 $1/4$，独立粒子的符合概率为 $1/2$。

两种过程通向“两输出端各一个”

除输入端口外，两光子的状态完全相同，且同时到达；输出端记为 c, d。

TT · 两光子都透射　　**RR · 两光子都反射**



TT：$a \to c$、$b \to d$；RR：$a \to d$、$b \to c$。

TT和RR在每个输出端留下的光子状态相同，因此先相加概率幅。

思考题6：最终态能区分TT与RR吗?

除输入端口外，两光子的状态	到达分束器
完全相同	同时

比较TT与RR对应的“两输出端各一个”最终态。

最终态中是否有信息，标出哪个光子来自哪个输入端?

A 有，透射和反射是不同过程。

B 没有，两种过程对应同一最终状态。

C 有，知道输入端就能追踪每个光子。

B。两种过程都留下两端各一个、光子状态相同的最终态。

分束器改变概率幅，也带来相对相位

a, b 为输入模式，c, d 为输出模式。
沿用第七讲：$a^\dagger$ 在模式 a 中增加一个光子，其他模式类似。

取一种无损50:50分束器相位约定：

$$a^\dagger \longrightarrow \frac{c^\dagger + d^\dagger}{\sqrt{2}},$$

$$b^\dagger \longrightarrow \frac{c^\dagger - d^\dagger}{\sqrt{2}}.$$

单光子通道	概率幅
$a \to c$	$+1/\sqrt{2}$
$a \to d$	$+1/\sqrt{2}$
$b \to c$	$+1/\sqrt{2}$
$b \to d$	$-1/\sqrt{2}$

四条通道的概率均为 $1/2$；计算干涉时，还须保留概率幅的相对正负号。

两条符合概率幅恰好相消

一条双光子过程的概率幅，等于其中两个单光子转换概率幅的乘积。

双光子过程	两个单光子概率幅相乘	符合概率幅
都透射TT	$(+1/\sqrt{2})(-1/\sqrt{2})$	$-1/2$
都反射RR	$(+1/\sqrt{2})(+1/\sqrt{2})$	$+1/2$



$$P_{\mathrm{coinc}} = \left| -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right|^2 = 0.$$

理想不可区分双光子输入，抑制了“两端各一个”的输出。

思考题7：为什么两个输出端不会各有一个光子?

理想不可区分双光子分别从两输入端进入，TT与RR通向同一最终态。

过程	TT	RR
概率幅	$-1/2$	$+1/2$
概率幅模平方	$1/4$	$1/4$

为何最终符合概率可以为零?

A 两个光子在分束器处碰撞，无法同时通过。

B 一个过程的概率为正，另一个为负。

C 两个过程的概率幅相加为零，再取模平方。

C。相消的是概率幅。可区分过程的概率相加，给出 $1/2$。

两个光子共同从一个输出端离开

展开前面的分束器变换并归一化，得到理想HOM输出态：

$$|1,1\rangle_{ab} \longrightarrow \frac{|2,0\rangle_{cd} - |0,2\rangle_{cd}}{\sqrt{2}}.$$



两种同端输出保持相干叠加；测量时各以 50% 出现。

目录

CONTENTS

01　从光子数统计走向探测信号
02　从符合计数到二阶关联
03　聚束与反聚束的物理图像
04　HOM双光子干涉
05　HOM凹陷与不可区分性
06　HBT与HOM的比较

保持其他条件相同，让一个光子晚一点到达，符合概率会怎样变化?

改变光子的到达时间，怎样记录符合?

HOM每次试验：两个输入端各发送一个光子，作为同一输入光子对。

光子的到达时间有一定分布；描述它的概率幅包络称为时间波包。

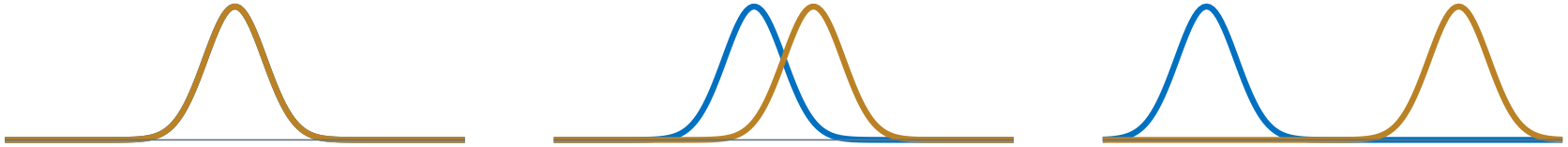
计数窗覆盖同一光子对中两个波包的到达范围；两输出端均有记录，就计为一次符合。

改变的时间量	实验操作
HBT探测时间差	在已有记录中比较两次探测的间隔
HOM输入延迟	调整一个输入光路，使两个波包错开

充分错开：延迟远大于波包宽度；计数窗仍覆盖同一对光子的两次到达。

时间波包充分错开，符合概率回到一半

两光子偏振相同、频谱与波包形状匹配，只改变输入延迟。



完全重叠　部分重叠　充分错开

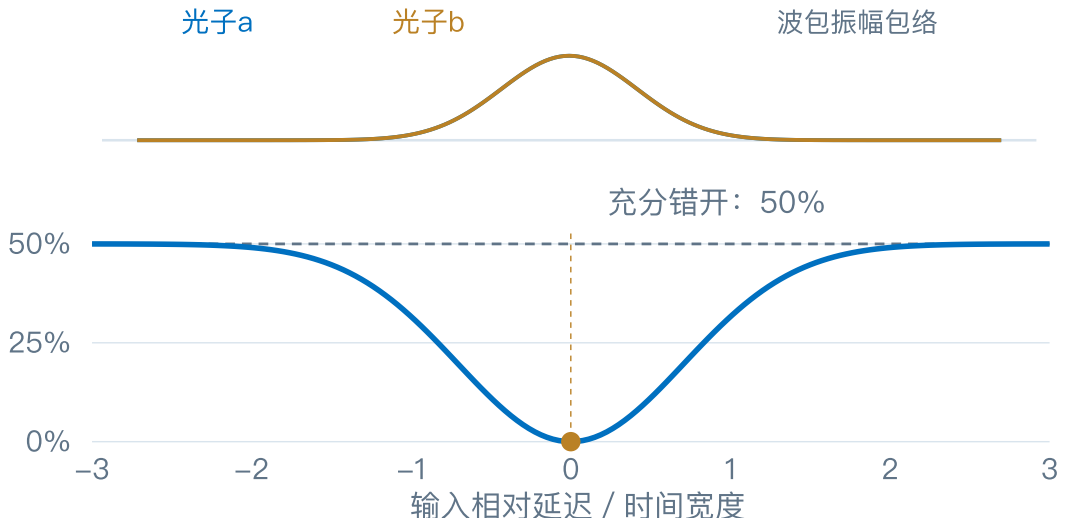
两输入光子的关系	完全重叠	部分重叠	充分错开
符合概率	0	介于 0 与 $1/2$	趋近 $1/2$

充分错开且 a 先到时：TT对应 c 早、d 晚，RR对应 c 晚、d 早。

早晚次序区分两种输出状态；合并计数时，两项概率相加为 $1/2$。

部分重叠时，时间信息区分TT与RR的能力减弱，仍保留部分干涉。

扫描到达时间差，观察HOM凹陷



固定波包形状等条件，只改变到达时间。移动滑块，观察符合概率。

输入延迟 τ/σ：**0.00**

同时到达 / 重置

时间充分错开

当前符合概率

0.0%

高斯时间波包形状相同；每次各输入一个光子，计数窗覆盖同一对光子。σ 为波包宽度尺度。

同时到达时符合最少，充分错开时恢复到 $1/2$；延迟扫描中的谷称为HOM凹陷。

偏振不同，也会改变两光子的干涉

两光子同时到达，a 为水平偏振、b 为竖直偏振，二者相互正交。

分辨偏振可识别这两种状态；这里的探测器合并记录它们。

通向两端各一个的过程	c 端偏振	d 端偏振
TT	⟷ 水平	↕ 竖直
RR	↕ 竖直	⟷ 水平

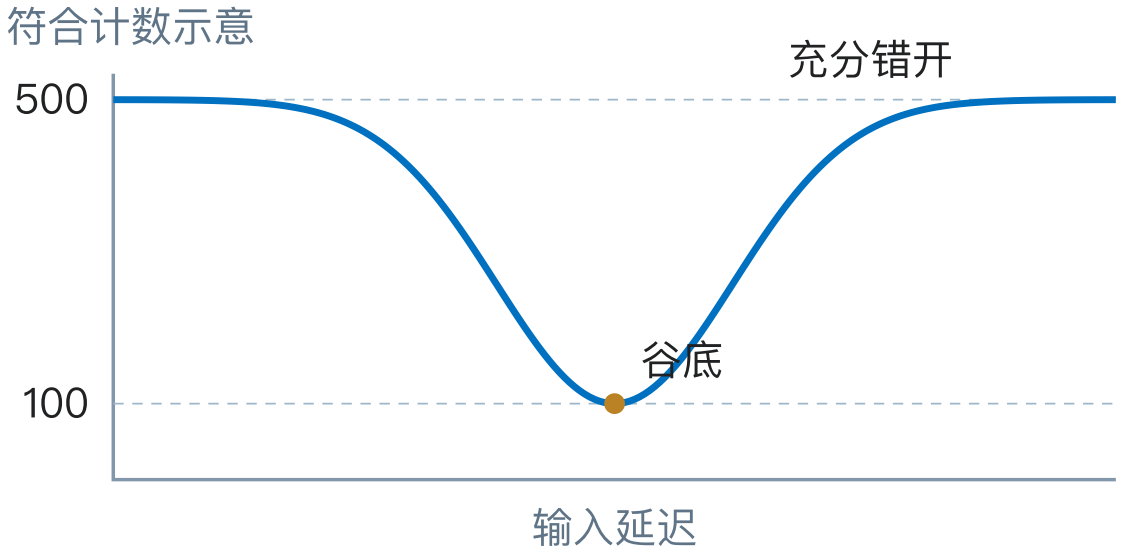
两种最终偏振态正交，符合概率为两项概率之和：$1/4 + 1/4 = 1/2$。

夹角介于同向与正交之间时，斜偏振可分成平行与正交分量：平行分量保留干涉，正交分量留下区分信息，凹陷谷底随之升高。

用可见度描述HOM凹陷的深度

测量时长与光源条件相同：充分错开时符合计数为 $C_{\max}$，谷底计数为 $C_{\min}$。

$$V = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{C_{\max}}.$$

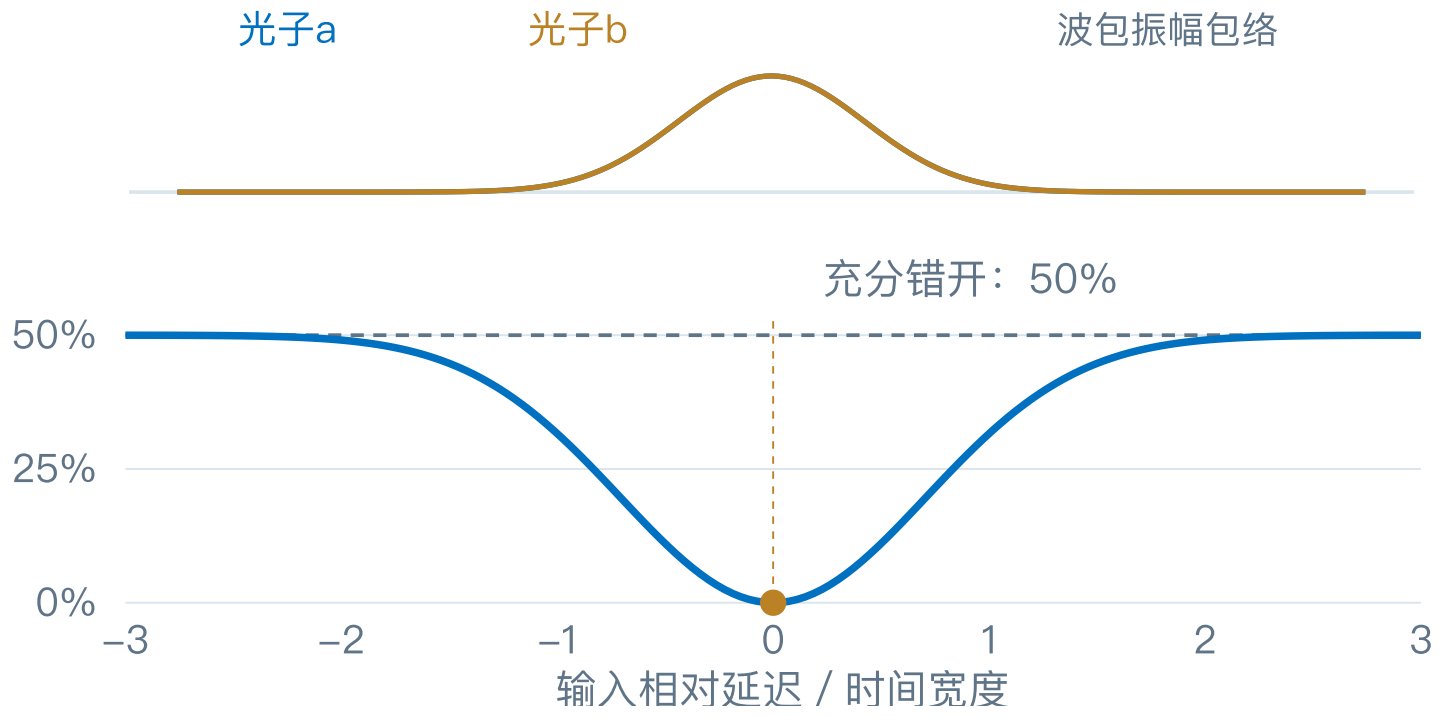


充分错开时符合500次，谷底100次：

$$V = \frac{500 - 100}{500} = 80\%.$$

偏振、频谱和波包不匹配会降低可见度；多光子成分与背景也会影响实验结果。

调节延迟与偏振，观察HOM凹陷



固定偏振扫延迟，观察当前点；再改变偏振，比较整条曲线的深度。

输入延迟 τ/σ：**0.00**

偏振夹角：**0°**

完全重叠 / 重置

时间充分错开

偏振正交

当前符合概率	整条延迟曲线可见度
0.0%	**100%**

各输入一个纯单光子；高斯时间波包形状相同，其他自由度匹配。σ 为波包宽度尺度。

思考题8：同时到达，是否就有零符合?

理想50:50分束器中，两个光子各从一侧输入。
同时到达，时间波包和频率相同，但偏振正交。
探测器不分辨偏振，符合概率为多少?

A 0，同时到达即可完全干涉。

B $1/4$，只有一条过程有贡献。

C $1/2$，最终偏振状态仍可区分。

D 1，正交偏振总会分开输出。

C。TT与RR对应正交的最终偏振态；两项概率各为 $1/4$，总计 $1/2$。

目录

CONTENTS

01　从光子数统计走向探测信号
02　从符合计数到二阶关联
03　聚束与反聚束的物理图像
04　HOM双光子干涉
05　HOM凹陷与不可区分性
06　HBT与HOM的比较

相同的零符合记录，可以来自怎样不同的物理机制?

HBT与HOM：统计关联和双光子干涉

比较	HBT	HOM
输入	待测光从一端进入	两端各输入一个光子
主要问题	探测事件怎样关联	双光子过程能否干涉
典型零符合	单光子脉冲没有光子对	完全不可区分时，两条符合概率幅相消
延迟的含义	两次探测事件的间隔	两输入光子的到达时差

HBT热光聚束来自共同强度涨落；理想HOM干涉消除“两端各一个”的输出。

从光源统计到双光子干涉

HBT：从光源统计到探测关联

相同的平均光强，符合记录仍可不同。

热光的强度起伏使事件聚集；单发射体发光后需要再激发。

HOM：从输入方式到量子干涉

两端各输入一个不可区分光子，符合概率幅相消。

时间充分错开或偏振正交时，符合概率恢复为 $1/2$。

开头两路各200次的记录：实际符合10次与80次，分别是独立预期40次的 $1/4$ 与2倍。

解释一组符合记录，先说清输入态、探测方式与可区分条件。

下一讲转向场分量的涨落：能否让一个场分量的噪声低于真空水平？这将引出压缩光。

延伸阅读：HBT，Nature 177, 27 (1956)；HOM，PRL 59, 2044 (1987)。





zimin.li/quantum-optics/